Universidad de Sonora
Departamento de Ingeniería Industrial

Costos en Ingeniería

Tema V. Cálculo de CIF

Profesor Alejandro Valenzuela

Asignar los costos indirectos puede ser una tarea difícil y nunca precisa.

Los CIF:

- No son uniformes
- Se deben calcular
- Su cálculo se basa en diversos métodos

Son imprescindibles para obtener el CMe por unidad de producto.Los métodos para calcular los CIF se refieren tanto a la estimación de esos costos (el numerador), como a los cálculos de la **base de aplicación**, es decir, la cantidad de referencia contra la que se va a comparar el monto total de CIF.

Una vez estimada la base de aplicación para la tasa de asignacion de los CIF, entonces se deben estimar los CIF (es decir el numerador). Para ello se deben realizar las siguientes actividades.

1) Cuando se tengan CIF mixtos, separar los costos fijos de los variables.
2) Preparar el presupuesto de CIF Fijos
3) Preparar el presupuesto de CIF Variables
4) Obtener los CIF Totales sumando los fijos y los variables.

NO SIEMPRE ES TAN SENSILLO SEPARAR LOS COSTOS INDIRECTOS DE LOS DEMÁS. La empresa **siempre debe hacer un cálculo de los CIF** y luego separar los CIF variables de los fijos. Esta es una dificultad que se puede afrontar con los siguientes métodos:

Debido a que los CIF no se asocian fácilmente al producto, se diseño una variante del costeo histórico (o real) que se llama costeo normal, y que consiste en la aplicación de los costos indirectos con base en producciones reales multiplicando por es produción por una tasa predeterminada de costos indirectos.

Esa tasa es pertinente porque los CIF no se aplican uniformemente al producto, pero al final es necesario determinar un costo unitario al producto para que sea comparado con los precios que determina el mercado.

Una manera de hacer esa asignación es determinando una tasa de asignación de CIF. Las razones para establecer esa tasa son los siguientes: 1) Los CIF no son uniformes; 2) Al final se requiere de un costo unitario para determinar el costo medio total y porder compararlo con el precio.

Hay muchos maneras de construir esa tasa, pero en general sigue la siguiente fórmula:

$$TCIF = \frac{CIF\ Presupuestados}{Base\ de\ Aplicación}$$

Para determinar las cantidades se suele usar la clasificación referente al momento en que se contabilizan. Así, se tienen los costos históricos (o reales) y los predeterminados.

Los costos históricos se registran paralelamente a la fabricación del producto, y una vez concluido se contabiliza la parte alícuota o unitaria.

Los costos predeterminados se calculan en forma unitaria antes de que empiece la fabricación del producto. En este caso se realiza una estimación de los costos indirectos para ser *asignados* al producto.

La base de aplicación puede ser la producción total o cualquier otro elemento del que se tenga pleno control. El siguiente ejemplo se basa en la Mano de Obra Directa (MOD). El procedimiento es:

- Se hace un presupuesto de costos indirectos con base en la experiencia.. Como bien se sabe, un presupuesto es una actividad *ex ante* de la producción.
- Se toma el registro de mano de obra, que *ceteris paribus* es más o menos estable.
- Se obtiene la tasa de aplicación

Véase el siguiente ejemplo:

PRESUPUESTO DE CIF

• Materiales indirectos	300,000
• Mano de obra indirecta	450,000
• Renta	600,000
• Depreciación	225,000
• Luz y agua	150,000
• Reparaciones	75,000
TOTAL	$1,800,000

La empresa produce 300,000 unidades de producto y cada una de ellas requiere de 4 horas de mano de obra directa. Por tanto, la empresa utiliza 1,200,000 horas de MOD.

Aplicando la fórmula:

$$TCIF = \frac{1{,}800{,}000}{1{,}200{,}000} = \$1.5\ por\ hora$$

Por tanto, cada unidad de producto contene $6.00 de CIF

Esta es una estimación, y por tanto de debe de ajustar periódicamente ya que se aplica una tasa que se refiere a los resultados de un periodo anterior y en una *estimación* de los CIF.

La producción también puede ser usada como base de plicación (en el denominador). Sin embargo, es necesario tener en cuenta que se trata del **nivel de producción estimado** de la empresa. Esa estimación tiene como límite la capacidad de producción de la empresa, lo cual requiere de algunas consderaciones.

- **Capacidad productiva teórica o ideal**. Es el máximo rendimiento de la empresa, sin considerar factores contingentes que puedan suceder, los que (sisndo que sí ocurren) la hacen inalcansable.
- **Capacidad productiva práctica o realista**. Es la máxima producción alcanzable teniendo en cuenta esos factores contingentes. No tiene en cuenta, sin embargo, la falta de ventas de los productos. Esta oscila alrededor de la producción potencial.
- **Capacidad productiva normal o de largo plazo**. Considera la capacidad de la demanda a largo plazo de los clientes. Suele oscilar alrededor de la capacidad realista.
- **Capacidad productiva esperada o de corto plazo**. Se basa en la estimación del producto para el siguiente periodo. Oscila en torno a la normal (LP) y a la larga coinciden ambas.

Dos consideraciones se debe tener en cuenta en relación a la capacidad productiva.

- **Capacidad en exceso**. Es la capacidad productiva no utilizada porque excede la demanda de largo plazo de la empresa. Su existencia genera costos y debe buscársele un uso alternativo.
- **Capacidad ociosa**. Es la capacidad normal no usada en un determinado periodo por fluctuaciones en la demanda.Genera un stock no esperado de inventarios, pero son costos inevitables.

1. Método de diagrama de dispersión para separar CIF-fijos de CIF-variables

En esta sección se verán tres métodos para hacer tal asignación. El primero es llamado punto alto-punto bajo; el segundo, el del diagrama de dispersión y, tercero, el método de regresión.

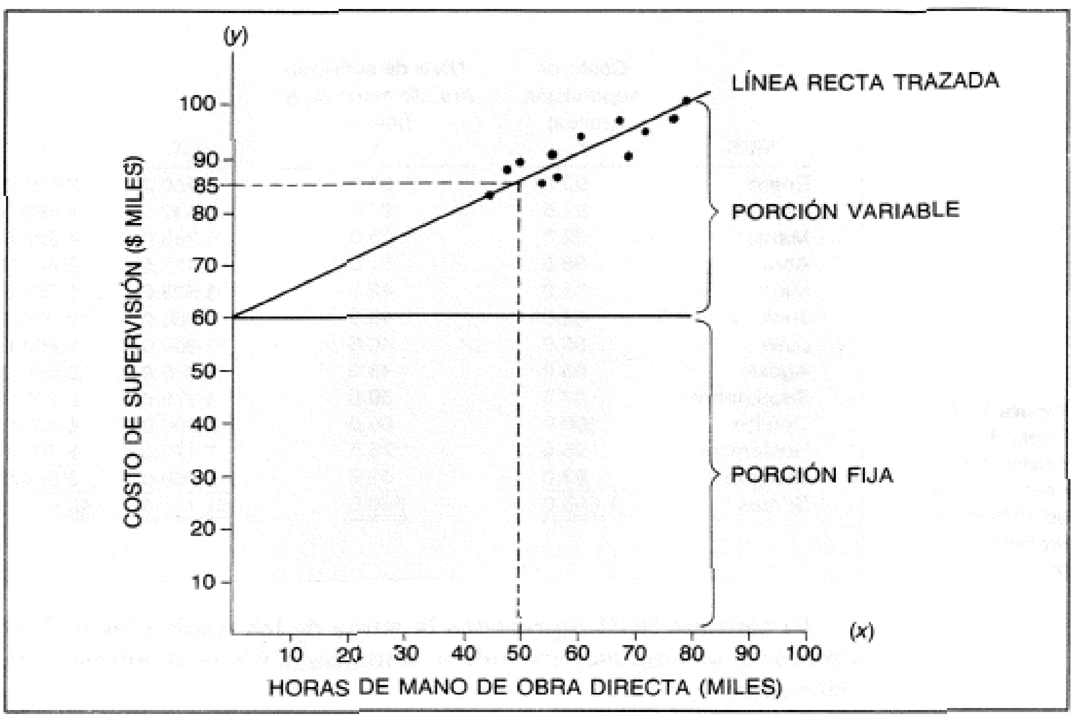
El procedimiento es el siguiente. La empresa hace un cálculo, un pronóstico de los CIF totales y por uno de los métidos anteriores, se dividen los fijos de los variables. El procedimieto se realiza por medio de la extrapolación de los costos totales.

El diagrama de dispersión es una herramienta visual que sugiere la distribución de los costos indirectos de fabricación de acuerdo a un patrón o la ausencia de él.
El diagrama es la graficación de los costo indirectos (eje vertiocal) y el nivel de producción (eje horizontal). Cada par ordenado (Q, Y), genera un punto sobre el plano. Una vez que se tiene la nube de punrtos, se traza una recta que ofrezca el *mejor ajuste*. Esa recta cruzará en algún punto en el eje de las Y, lo que determinará la cantidad de CIF Fijos. La pendiente de la línea proporcionará la proporción de costos variables por unidad de Q.
Suponga los siguientes datos en los que hay un solo costo indirecto (los de supervisión) y se relaciona con el número de horas de mano de obra directa.

Alesca, S.A.

Mes	Costo de supervisión (Y)	Horas MO Directa (X)
Enero	90 000.00	55 000
Febrero	92 500.00	67 000
Marzo	89 000.00	65 000
Abril	86 500.00	51 000
Mayo	84 000.00	42 000
Junio	82 500.00	48 000
Julio	80 000.00	40 000
Agosto	85 000.00	45 000
Septiembre	87 500.00	50 000
Octubre	100 000.00	80 000
Noviembre	95 000.00	75 500
Diciembre	93 000.00	62 000

Los resultados son los siguientes:



Una de las principales desventajas del método de gráficas de dispersión es que depende de la capacidad de quien la utilice para trazar la línea recta que representa la relación costo-volumen.

Esta desventaja se puede obviar ajustando matemáticamente la línea recta a través de cada par de observaciones de costo y volumen, lo que se presenta en la siguiente sección sobre regresión lineal.

2. Método de punto-bajo-punto alto para separar CIF-fijos de CIF-variables

Para saber los componentes fijos y variables de los CIF, se puede usar este método para separarlos en los costos totales. Se trata de estimar una línea recta seleccionando dos puntos. El intercepto en el eje vertical de la recta es la parte fija de los CT, y la pendiente es la tasa variable del costo. Se procede así:

* Seleccionar un nivel de actividad alto y otro bajo y obtener su diferencia (alto-bajo).

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1$$

* Obtener el costo para cada nivel de actividad y calcular su diferencia (costo nivel alto-costo nivel bajo).

$$\Delta CT = CT_2 - CT_1$$

* Dividir la diferencia de costos entre la diferencia de productos y obtener la tasa de costo variable (la pendiente)

$$TCV = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$$

* Calcular con esa tasa, el costo variable y restarlo al costo total para obtener el costo fijo.

$$CF = CT - TCV * Q_2$$

EJEMPLO. Suponga que una empresa tiene registro de producción y costos por seis meses.

Mes	Producción (Q)	Costos totales
1	4900	21030
2	4700	20330
3	4850	20840
4	5000	21350
5	4950	21180
6	5200	22030

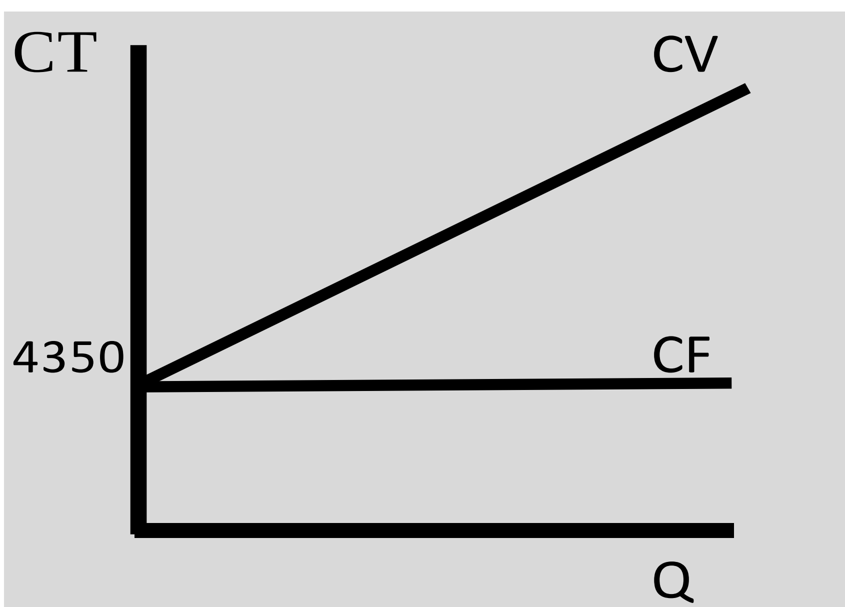
Con el sombreado se han detectado los meses con menor y mayor producción

$$\Delta Q = 5200 - 4700 = 500$$

$$\Delta CT = 22030 - 21330 = 1700$$

$TCV = \frac{1700}{500} = 3.4$ pesos por unidad de producto

$$CF = 22030 - 3.4 * 5200 = 4350$$



Eso significa que del total de costos ($22,030), $17680 son variables y $4,350 son fijos. Es decir, una proporción de 0.8025 son variables y de 0.1975 son fijos.

Una vez que se tienen las proporciones fijo-variable, se aplica al presupusto de CIF y se calcula (extrapolando) la parte fija de la variable.

Suponga que el el sexto mes el presupuesto de CIF es de $5,000. Entonces, se **estima** que $4012 son CIF Variables y el resto, $987.50 son CIF Fijos.

3. Método de regresión para separar CIF-fijos de CIF-variables

Suponga que una variable Y depende de otra variable X [y=f(X)] y que se tienen los siguientes datos de cada variable:

Y	X
25	10
35	15
31	13
37	16
29	12
31.4	13.2

La relación estrucutral (lineal) entre esas variables es: **Y=5+2X**

Supongamos ahora que los datos son:

Y	X
27	10
33	15
33	13
35	16
27	12
31.00	13.2

La relación estructural sigue siendo la misma, pero hay un término de error porque el pronóstico no es exacto (no es determinístico, sino probabilístico): **$Y=5+2X+e_i$**.

El modelo de regresión es probabilístico porque a la parte deterministica se le añade un elemnto de error que capta la diferencia entre la parte real y la parte pronosticada. La idea es que el modelo debe ajutarse a los datos lo mejor que se pueda, lo que implica diminuir el peso de los errores. Hacer que el error sea cero es imposible, pero sí es posible **minimizarlo**.

El modelo calcula un conjunto de parámetros que hacen que la ecuación de regresión exprese de la mejor manera posible el comportanmiento de la variable dependiente dados los datos de las variables independientes.

Supongamos que Y depende de un conjunto de X de forma lineal tal como se muestra enseguida:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \cdots + \beta_n X_n + u_i$$

Aquí, β_i son los **verdaderos parámetros** y **u** es el **error verdadero** (un error que proviene del hecho de que es imposible meter todas las variables que explican algo o porque las elegidas no son las pertinentes). Como en cuerpos grandes de información (o cuando es imposible medir a toda la población) es muy difícil o imposible saber los valores verdaderos, lo que se suele hacer es tomar una muestra y hacer una **estimación**:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + \cdots + b_n X_n + e_i$$

En esta última, los parámetros **b** y **e** son estimadores de los verdaderos (y desconocidos) parámetros **β** y **u**. Si alguno de los parámetros (β o b) resulta que en realidad es cero, entonces la variable asociada no aporta ninguna explicación sobre Y.

Para simplifiar, supongamos una línea recta que muestre la relación lineal entre **dos** variables (por ejemplo, costo y producción). La ecuación "verdadera" (la poblacional) sería:

$$\boldsymbol{Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i}$$

Al tomar una muestra se tiene la **estimación** proporcionada por la ecuación muestral:

$$\boldsymbol{Y_i = a + bX_i + e_i}$$

Como el cálculo de **a** y **b** tiene como objetivo la minimización de **e**, entonces nos centraremos en esta parte. Para hacer eso:

Primero, separemos la parte determinística de la ecuación anterior, que está dada por la parte $a + bX_i$ a la que se le llama la Y estimada o $\hat{Y}$. Así, la última ecuación se puede reescribir como:

$$\boldsymbol{Y_i = \hat{Y}_i + e_i}$$

De aquí queda claro que los errors son la diferencia entre los datos reales y los estimados:

$$\boldsymbol{e_i = Y_i - \hat{Y}_i}$$

Pero lo que realmente interesa no es cada error en particular, sino todos los errores simultáneamente. Para ello, se deben agregar, es decir, sumar:

$$\sum e_i = \sum Y_i - \sum \hat{Y}_i$$

Esta expresión tiene un problema: que **la suma de errores bajo distribución normal siempre da cero**. Entonces, si siempre da cero, entonces es irrelevante obener los estimadores **a** y **b** (conlo que se calcula $\hat{Y}$) que minimicen los errores.

Esto insunua que independientemente de que los errores fueran muy grandes o muy chicos, siempre son cero. Para evitar ese problema, la expresión anterior se eleva al cuadrado. Es decir, se toman las sumas al cuadrado:

$$\sum {e_i}^2 = \sum {Y_i}^2 - \sum {\hat{Y}_i}^2$$

Cada una de estas expresiones tiene un nombre específico:

$\sum {Y_i}^2$ = Suma de Cuadrados Totales (SCT)

$\sum \hat{Y}_i^2$ = Suma de Cuadrados Explicados (SCE)

$\sum {e_i}^2$ = Suma de Cuadrados de los Errores o Residuales (SCR)

La versión extensa de la ecuación anterior es:

$$\sum {e_i}^2 = \sum (Y_i - a - bX_i)^2$$

Esta es la ecuación objetivo. Para obtener los parámetros a y b que minimicen los errores, se debe derivar la expresión con respecto a los parámetros e igualar a cero esas derivadas.

Si se tiene una función con dos parámetros, la ecuación que proporciona **a**, la constante, es (derivando la ecuación objetivo respecto al parámetro **a**):

$$\boldsymbol{a = \bar{Y} - b\bar{X}}$$

ANEXO 1. Obtención de a	PROCEDIMIENTO
Se deriva la función objetivo respecto al parámetro **a** y se iguala a cero.	$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_0} = 2\sum (Y_i - a - bX_i)(-1) = 0$
Se organiza por partes	$-2\sum Y_i + 2\sum a + 2b\sum X_i = 0$
Se eliminan el 2 porque está en toda la expresión y se supone que ∑a = na.	$-\sum Y_i + na + b\sum X_i = 0$
Se divide todo entre **n** y se despeja **a**	$a = \frac{\sum Y_i}{n} - b\frac{\sum X_i}{n}$
La expresión final es:	$a = \bar{Y} - b\bar{X}$

La ecuación del parámetro de la pendiente (derivando la ecuación objetivo respecto al parámetro **b**) es:

$$b = \frac{\sum y_i x_i}{\sum x_i^2}$$

ANEXO 2. Obtención de b	PROCEDIMIENTO
Se deriva la función objetivo respecto al parámetro **b** y se iguala a cero.	$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b} = 2\sum (Y_i - a - bX_i)(-X_i) = 0$
Se organiza por partes	$-\sum Y_i X_i + a\sum X_i + b\sum X_i^2 = 0$
Se sustituye la expresión obtenida del parámetro **a**	$-\sum Y_i X_i + (\bar{Y} - b\bar{X})\sum X_i + b\sum X_i^2 = 0$
Se reorganiza de nuevo	$-\sum Y_i X_i + \bar{Y}\sum X_i - b\bar{X_\imath}\sum X_i + b\sum X_i^2 = 0$
Se separan los elementos que tienen **b** de los que no lo tienen.	$\sum Y_i X_i - \bar{Y}\sum X_i = b\left(\sum X_i^2 - \bar{X_\imath}\sum X_i\right)$
Se toman elementos equivalentes de Y	$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}$ ➔ $\sum Y_i = n\bar{Y}$

Se toman elementos equivalentes de X	$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n}$ ➔ $\sum X_i = n\overline{X}$
Se sustituyen los elementos equivalentes	$\sum Y_i X_i - n\overline{Y}\overline{X} = b\left(\sum X_i^2 - n\overline{X}^2\right)$
Se simplificausando el hecho de que **n** asociada a los parámetros puede ser sustituida por $\sum$.	$b = \frac{\sum(Y_i X_i - \overline{Y}\overline{X})}{\sum(X_i^2 - \overline{X}^2)}$
Se simplifica de nuevo tomando los elementos comunes	$b = \frac{\sum(Y_i - \overline{Y})(X_i - \overline{X})}{\sum(X_i - \overline{X})^2}$
Se toma el hecho de que los elementos entre paréntesis son desviaciones de la medio.	$b = \frac{\sum y_i x_i}{\sum x_i^2}$

EJEMPLO

Suponga que C= a+bQ; que se tienen datos de C y Q y se deben obtener los estimadores de los parámetros **a** y **b**.

C	Q	c	q	cq	q^2
28	10	-5.70	-1.70	9.69	2.89
31	9	-2.70	-2.70	7.29	7.29
35	13	1.30	1.30	1.69	1.69
31	9	-2.70	-2.70	7.29	7.29
31	11	-2.70	-0.70	1.89	0.49
39	14	5.30	2.30	12.19	5.29
39	16	5.30	4.30	22.79	18.49
28	8	-5.70	-3.70	21.09	13.69
33	12	-0.70	0.30	-0.21	0.09
42	15	8.30	3.30	27.39	10.89
33.7	**11.7**			**111.1**	**68.1**

Siguiendo las fórmulas:

$$b = \frac{\sum y_i x_i}{\sum x_i^2} = \frac{111.1}{68.1}$$

b= 1.63

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} = 33.7 - (1.63)(11.7)$$

a= 14.61

Por tanto, la función de regresiónes:

$$\boldsymbol{C = 14.61 + 1.63(Q) + e_i}$$

En esta ecuación, la parte estimada o C estimada (Ĉ)está dada por:

$$\boldsymbol{\hat{C} = 14.61 + 1.63(Q)}$$

Como las pruebas de hipótesis de los parámetros estimados requiere de la desviación estándar, es necesario estimar primero las varianzas, cuyas fórmulas son:

Varianza de a	Varianza de b	Varianza del modelo
$Var(a) = \frac{\sum X_i^2}{n\sum x_i^2}\sigma^2$	$Var(b) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}$	$\sigma^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k}$

La raíz cuadrada de ellas proporciona la desviación estándar.

Para estimar las varianzas, se obtienen los dartos necesarios, los que se muestran en el siguiente cuadro:

C	Q	$\hat{C}$	e^2	Q^2
28	10	31	8.56	100
31	9	29	2.91	81
35	13	36	0.67	169
31	9	29	2.91	81
31	11	33	2.43	121
39	14	37	2.40	196
39	16	41	2.94	256
28	8	28	0.11	64
33	12	34	1.41	144
42	15	39	8.50	225
33.7	**11.7**		**32.85**	**1437**

Se obtiene primero la varianza del modelo:

$$\sigma^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k} = \frac{32.85}{8}$$

$$\boldsymbol{\sigma^2 = 4.106}$$

Con esto, se obtienen las varianzas de los parámetros:

$$Var(a) = \frac{\sum Q_i^2}{n \sum q_i^2} = \frac{1437}{(10)(68.1)}$$

$$\boldsymbol{Var(a) = 2.11}$$

$$Var(b) = \frac{\sigma^2}{\sum q_i^2} = \frac{4.106}{68.1}$$

$$\boldsymbol{Var(b) = 0.06}$$

Interpretación de los resultados

Para interpretar un modelo, uno se tiene que hacer tres prefuntas: Una, ¿qué tanto explica el modelo?; dos, ¿qué tan bien explica lo que explica? Y tres, ¿todos las variables introdicidas son pertintes, es decir, si todos los parámetros son estadísticamente significativos?

PRIMERA PREGUNTA: ¿Qué tanto explica el modelo?

La parte explocada está dada por un coeficiente que va de cero a uno llamado coeficiente de determinación R^2 dado por las sumas de cuadrados expresadas en desviaciones de la media.

$$\boldsymbol{R^2 = \frac{SCE}{SCT} \Rightarrow R^2 = \frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum y_i^2} \Rightarrow R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2}}$$

Es decir, R^2 es la proporción que la parte explicada ocupa en el total que queremos explicar.

Para modelos de series de tiempo se espera que el R^2 sea muy alto, cercano a uno porque entonces el modelo explica más el problema. En cambio, para modelos de corte transversal, no importa el tamaño porque lo que se busca es calcular qué tanta explicación al problema aporta el modelo propuesto.

Siguiendo con el ejemplo:

C	Q	c^2	$\hat{c}^2$	e^2
28	10	32.49	7.69186648	8.56
31	9	7.29	19.4026667	2.91
35	13	1.69	4.49801189	0.67
31	9	7.29	19.4026667	2.91
31	11	7.29	1.30415729	2.43
39	14	28.09	14.0795757	2.40
39	16	28.09	49.2119762	2.94
28	8	32.49	36.4365578	0.11
33	12	0.49	0.23953909	1.41
42	15	68.89	28.9842304	8.50
33.7	**11.7**	**214.1**	**181.251248**	**32.85**

$\boldsymbol{R^2} = \frac{\sum \hat{c}_i^2}{\sum c_i^2} = \frac{\mathbf{181.25}}{\mathbf{214.1}}$ o también $\boldsymbol{R^2} = \mathbf{1} - \frac{\sum e_i^2}{\sum c_i^2} = \mathbf{1} - \frac{\mathbf{32.85}}{\mathbf{214.1}}$

En ambos casos, el resultado es: $\boldsymbol{R^2} = \mathbf{0.8466}$

Es decir, que como es una serie de tiempo, el modelo esplica bastante bien el problema (aporta un 84.66% a la explicación del comportamiento de C).

SEGUNDA PREGUNTA: ¿Todos los parámetros son estadísticamente significativos?

Si el coeficiente de una variable es cero, entonces esa variable no aporta ninguna explicación a Y. Por ejemplo, si en la ecuación $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{bX}$, resultara que **b=0**, entonces X no aporta ninguna explicación delcomportamiento de Y. Si resulta que **a=0**, entonces la línea de parte del origen.

Como **a** y **b** son estimadores obtenidos a partir de una muestra, su validación debe ser probabilística, es decir, probar que su valor es significativo, es decir, que es estadísticamente diferente de cero.

Como un estimador muestral que proviene de una poblacion que se distribuye de manera normal, se distribuye como **t** de student, entonces se puede construir un intervalo de confianza que con un cierto nivel de significancia descarte que el cero esté contenido en el intervalo. Si no puede descartarlo, entonces el parámetro no es estadísticamente diferente de cero.

ANEXO 3. Intervalo de confianza	PROCEDIMIENTO
Validación de b en la recta Y=a+bX.	H_0: β=0 o H_1: β≠0
Encontrar los valores A y B de un intervalo para β (el verdadero parámentro) que no contenga a cero para un determinado nivel de	**P(A≤ β ≤ B)=1-α**

significanciza estadística, α, pero que sí contenga a b (el estimador)	
Los límites del intervalo los proporciona el estadístico de la distribución t de student (β es el verdadero parámetro, desconocido, estimado por b)	$\boldsymbol{t = \frac{b-\beta}{S_b}}$
En realidad, la distribución t de student es una prueba bilateral: el "error" se distribuye en las dos colas. Si el error es α, a cada lado le corresponde α/2	$\boldsymbol{-t_{\alpha/2} \leq \frac{b-\beta}{S_b} \leq t_{\alpha/2}}$
Se despeja el verdadero parámetro: β	$\boldsymbol{-b_i - t_{\alpha/2}(S_b) \leq -\beta \leq -b + t_{\alpha/2}(S_b)}$
Voltenado los signos e intercambiando los límites	$b - t_{\alpha/2}(S_b) \leq \beta \leq b + t_{\alpha/2}(S_b)$
El límite inferior del intervalo, A, es:	$b - t_{\alpha/2}(S_b)$
El límite superior del intervalo, B, es:	$b + t_{\alpha/2}(S_b)$
La probailidad de que un parámetro caiga en un cierto intervalo que no incluya al cero es	$\mathbf{P}[\boldsymbol{b - t_{\alpha/2}(S_b) \leq \beta \leq b + t_{\alpha/2}(S_b)}] = \mathbf{1} - \boldsymbol{\alpha}$

Siguiendo con el ejemplo:

Se obtienen las desviaciones estár de los parámetros a partir de la raíz cuadrada de las varianza:

S_a= 1.4525

S_b= 0.245

Para 10 observaciones, 2 parámetros y un nivel de significancia de 0.05 (es decir, de 0.025 para cada lado de la distribución):

Valor de **t** crítica (de tablas)= 2.306

El intervalo de confianza es de β es:

P[1.63 –2.06(0.245) ≤ β ≤ 1.63+2.06(0.245)]=0.95

Es decir:

P[1.035 ≤ β ≤ 2.195]=0.95

Primera conclusión, como el intervalo no incluye al cero, se puede rechazar la hipótesis nula (el parámetro es estadísticamente diferente de cero) con un 95% de probabilidad.

Segunda conclusión, como el parámetro estimado (1.63) cae dentro del intervalo, se puede decir que con un 95% de probabilidad b es un buen estimador de β.

Para evitar el procedimiento del intervalo de confianza, se puede usar una **regla de dedo**: si el tamaño de muestra es mayor que 7 y el nivel de significancia de 0.05 (véase las tablas de *t de student*), y bajo la hipótesis nula de que el verdadero parámetro es cero (H_0: $\beta=0$), se puede rechazar la hipótesis nula si el valor de la **t** de student es igual o mayor que 2, lo que significa que el el valor del parámetro es por lo menos 2 veces la desviación estándar.

El estadístico **t** está dado por:

$$t = \frac{a-\alpha}{s_a}$$

(Desde luego que esta ecuación vale para obtener la t calculada de cualquier parámetro).

Como la hipótesis nula es H_0:$\alpha=0$, entonces la expresión se transforma así:

$$t = \frac{a}{s_a}$$

Sustituyendo:

$$t = \frac{14.61}{1.4525} = 10.058$$

Como el estadístico **t** del parámetro a es mayor que 2 (en particular, es de 10.058), se asume que se rechaza la hipótesis nula, es decir, que **a** es estadísticamente diferente de cero.

TERCERA PREGUNTA: ¿Qué tan bien explica el modelo el problema planteado?

Lo que se busca saber es si el modelo no es simultáneamente cero, es decir, si las variables independientes no son una combinación lineal, lo que se prueba a través de los parámetros porque son éstos los que indican si una variable independiente influye o no en la variable dependiente.

Se busca probar las siguientes hipótesis:

H_0: $ß_1 = ß_2 =... = ß_k = 0$

H_1: $ß_1 = ß_2 =... = ß_k \neq 0$

La valoración se hace utilizando la tabla de análisis de varianza (o ANOVA). Las sumas de cuadrados se dividen entre sus respectivos grados de libertad para obtener las medias cuadradas (MCE y MCR). El parámetro resultante es la distribución F de Fischer.

MODELO	SC	GL	MC	F	SIGN
VARIACIÓN DEBIDA A LA REGRESIÓN	SCE	k-1	$MCE = \frac{SCE}{k-1}$	$F = \frac{MCE}{MCR}$	$1-\alpha$
VARIACIÓN DEBIDA A RESIDUALES	SCR	n-k	$MCR = \frac{SCR}{n-k}$		
TOTAL	SCT	n-1			

La regla de deción se puede separar es dos versiones:

Versión 1 de la regla. Con los grados de libertad del numerador y los del denominador, se calcula el valor de la F (F_c) y se obtiene el valor de la F crítica (en tablas yendo sobre el primer renglónpara los grados de libertad del numerador y sobre la primera columna para los grados de libertad del denominador) para α=0.05 ($F_{k, k-1}$). Si $F_c > F_{k-1, n-k}$ ➔ se puede rechazar la H_0 (las variables introducidas no son una combinación lineal y la explicación aportada por el modelo es estadísticamente buena.

Versión 2 de la regla. Como una regla de dedo de la anterior, si F calculada es igual o mayor a 4, puede rechazar la hipótesis nula. Esto querría decir que la las medias explicadas por el modelo son al menos 4 veces más que las medias de los errores.

De acuerdo con el ejemplo:

MODELO	***SC***	***gl***	***MC***	***F***	**Sign**
Regresión	181.3	1	181.3	44.1	95%
Residuos	32.8	8	4.1		
Total	214.1	9.0			

Como F_c= 44.1 > 4, se rechaza la hipótsis nula y las variables introducidas en el modelo aportan en conjunto una buena explicación del problema.

Tres supuestos son cruciales

PRIMERO, el modelo debe ser homocedástico, varianza constante. Si no, es **heteroscedástico**.

$$Var(u_i|X_i) = \sigma^2$$

SEGUNDO, la covarianza de los errores debe ser cero, es decir, los errores deben ser independientes entre observaciones. Si no, tiene **autocorrelación**.

$E(e_i, e_j) = 0$

TERCERO, la covarianza entre variables independientes debe ser cero, es decir, deben ser independientes una de otra. Si no, tiene **multicolinealidad**.

$Cov(X_i, X_j) =0$

La consecuencia de la violación de los supuestos anteriores es que las varianzas resultantes son muy grandes. Eso ocasiona que los intervalos de confianza sean muy amplios y que siempre se esté rechazando la hipótesis nula. Esto significa tomar como bueno un parámetro que en realidad no lo es.

EJEMPLO CON CIF

Supongamos que en una empresa se tiene la ecuación de costos que hemos calculado y que se producen 100 unidades de producto. Suponga, además, que los CIF = $80. ¿Cuánto de ellos es fijo y cuánto es variable?

C=14.1+1.63(100)

C=177.1

De ellos, CF = 14.1 y CV = 163.1

Las proporciones respectivas

$$PCV = \frac{163.1}{177.1} = 0.9209$$

$$PCF = 1 - PCV = 1 - 0.9209 = 0.0791$$

Como CIF= 80

CIF-V= (80)(0.9209)=73.672

CIF-F= (80)(0.0791) = 6.328